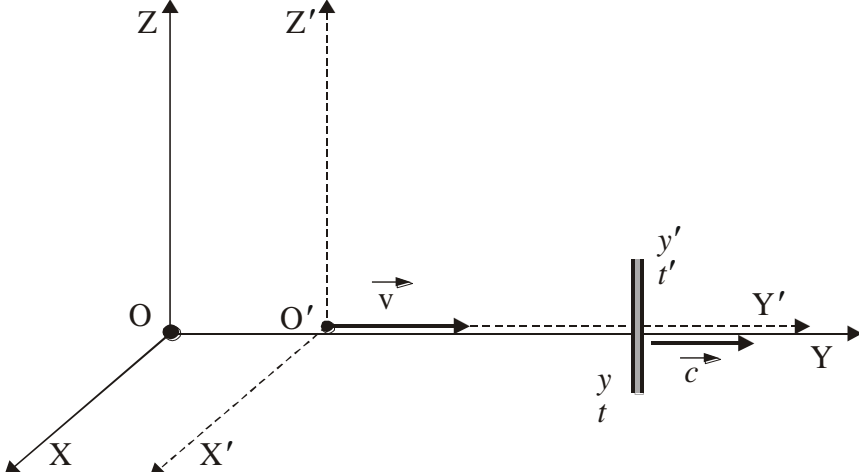


Problema 1 Sisteme de referință inerțiale în mișcări relative	Parțial	Punctaj
Barem subiect 1		10 p
<p>a)</p> <p>În originea sistemului inerțial fix XYZ, reprezentat în desenul din figura 3, se află o sursă S de oscilații electromagnetice, efectuate de-a lungul axei Z după legea:</p> $E_S = E_{\max} \sin \omega_s t = E_{\max} \sin 2\pi\nu_s t.$ <p>Transmiterea din aproape în aproape a acestor oscilații, de-a lungul axei Y, cu viteza c, reprezintă unda electromagnetică (transversală) plană, a cărei ecuație este:</p> $E = E_{\max} \sin \omega_s \left(t - \frac{y}{c} \right) = E_{\max} \sin 2\pi\nu_s \left(t - \frac{y}{c} \right),$ <p>unde y este coordonata de poziție a frontului de undă la momentul t, în raport cu sistemul fix XYZ, iar E este valoarea instantanee a intensității câmpului electric al unde electromagnetice în punctul considerat.</p>  <p style="text-align: center;">Fig. 3</p>	3 p	
<p>Expresia:</p> $\phi = 2\pi\nu_s \left(t - \frac{y}{c} \right),$ <p>reprezintă faza oscilațiilor electromagnetice în sistemul fix XYZ.</p> <p>Corespunzător sistemului mobil X'Y'Z', faza oscilațiilor este:</p> $\phi' = 2\pi\nu_{\text{obs}} \left(t' - \frac{y'}{c} \right),$ <p>unde y' și t' reprezintă coordonatele spațio-temporale ale aceluiași front de undă față de sistemul X'Y'Z'.</p> <p>Faza unei unde este o mărime direct proporțională cu numărul de maxime care trec pe lângă un observator aflat într-un anumit sistem de referință inerțial. Deoarece operația de numărare a acestor maxime este independentă de sistemul de coordonate, înseamnă că faza unde este un invariant al transformărilor Lorentz.</p>		
Folosind transformările Lorentz, rezultă:		

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



$t = \frac{t' + \frac{v}{c^2} y'}{\sqrt{1-\beta^2}}; \quad y = \frac{y' + vt'}{\sqrt{1-\beta^2}};$ $2\pi v_s \left(t - \frac{y}{c} \right) = 2\pi v_s \left(\frac{t' + \frac{v}{c^2} y'}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{y' + vt'}{c\sqrt{1-\beta^2}} \right);$ $2\pi v_{\text{obs}} \left(t' - \frac{y'}{c} \right) = 2\pi v_s \left(\frac{t' + \frac{v}{c^2} y'}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{y' + vt'}{c\sqrt{1-\beta^2}} \right),$ <p>din care, identificând coeficienții lui t' și y', din stânga și din dreapta relației, rezultă:</p> $v_{\text{obs}} = v_s \frac{1-\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}.$		
<p>b)</p>	<p>3 p</p>	
<p>Originea O'' este un punct în mișcare cu viteza \vec{u}' față de sistemul mobil S' și în mișcare cu viteza \vec{u} față de sistemul fix S, componentele celor două viteze fiind:</p> $\vec{u}' (u'_{x'} = 0; u'_{y'} = v; u'_{z'} = 0);$ $\vec{u} (u_x; u_y; u_z),$ <p>astfel încât relațiile dintre aceste componente sunt:</p> $u_x = \frac{u'_{x'} + v_0}{1 + \frac{u'_{x'} v_0}{c^2}} = v_0;$ $u_y = \frac{u'_{y'} \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}{1 + \frac{u'_{x'} v_0}{c^2}} = v \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}};$ $u_z = \frac{u'_{z'} \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}{1 + \frac{u'_{x'} v_0}{c^2}} = 0.$		
<p>Mișcarea punctului O'' în raport cu O fiind rectilinie și uniformă, cu viteza \vec{u}, din figura 4, rezultă:</p> $\overrightarrow{OO''} = \vec{u} t;$ $\text{tg } \theta = \frac{u_y}{u_x} = \frac{v}{v_0} \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}.$		

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Fig. 4

Mișcarea punctului O în raport cu O'' fiind rectilinie și uniformă, cu viteza \vec{u}'' , din figura 5 rezultă:

$$\vec{O''O} = \vec{u}'' t'';$$

$$\text{tg } \theta'' = \frac{u''_y}{u''_x} = \frac{v}{v_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

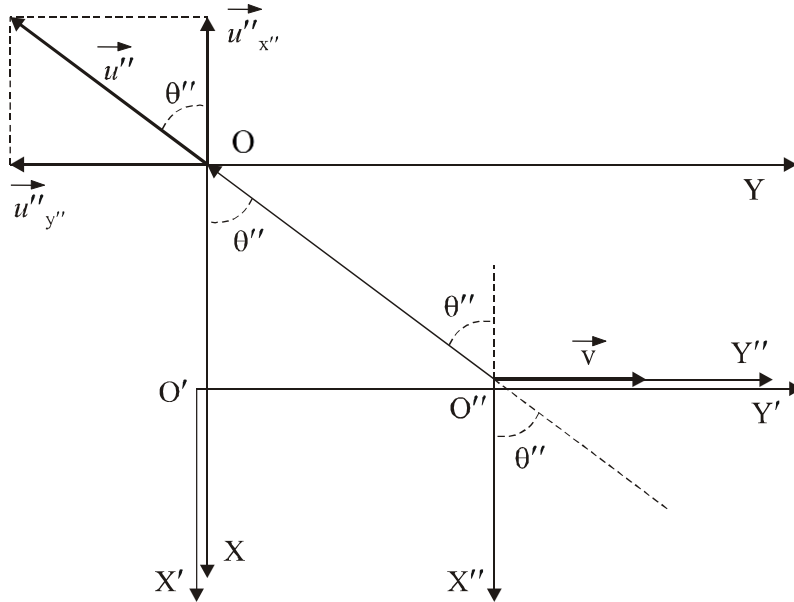


Fig. 5

Dacă $v_0 \ll c$ și $v \ll c$, rezultă:

$$\operatorname{tg} \theta \approx \frac{v}{v_0} \left(1 - \frac{v_0^2}{2c^2} \right); \operatorname{tg} \theta'' \approx \frac{v}{v_0} \left(1 + \frac{v^2}{2c^2} \right).$$

Dacă $v \ll v_0$, rezultă:

$$\operatorname{tg} \theta \approx \theta = \frac{v}{v_0} \left(1 - \frac{v_0^2}{2c^2} \right);$$

$$\operatorname{tg} \theta'' \approx \theta'' = \frac{v}{v_0} \left(1 + \frac{v^2}{2c^2} \right);$$

$$\theta'' - \theta = \frac{v}{v_0} \left(\frac{v^2}{2c^2} + \frac{v_0^2}{2c^2} \right);$$

$$\theta'' - \theta \approx \frac{v_0 v}{2c^2}.$$

c)	3 p
Dacă într-un punct $P \in S$, de coordonate (x, y, z) , s-a produs un eveniment la ora t , atunci, raportat la sistemul S' , evenimentul considerat s-a produs în punctul P' , de coordonate (x', y', z') la ora t' , astfel încât, în acord cu transformările Lorentz, avem:	

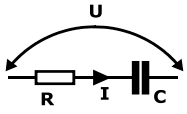
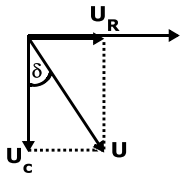
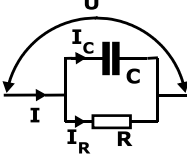
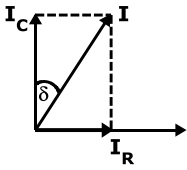
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

$x' = \frac{x - v_0 t}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}; y' = y; z' = z;$ $t' = \frac{t - \frac{xv_0}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}.$ <p>Dacă indicațiile ceasornicelor din P' și P, corespunzătoare producerii aceluiași eveniment sunt identice, $t' = t$, rezultă:</p> $t = \frac{t - \frac{xv_0}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}};$ $x = \frac{c^2}{v_0} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}} \right] t;$ $x' = \frac{\frac{c^2}{v_0} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}} \right) - v_0}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} t.$		
Oficiu		1,00

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Problema 2 – Punți peste punți	Parțial	Punctaj
Barem problema 2		10
<p>a) Galvanometrul indică zero, dacă</p> $U_{BD} = 0 \Leftrightarrow V_B = V_D \quad (1)$ <p>sau</p> $V_A - V_B = V_A - V_D \Leftrightarrow U_{AB} = U_{AD} \Leftrightarrow I_1 R_1 = I_4 R_4 \quad (2)$ <p>Tot din (1) :</p> $V_B - V_C = V_D - V_C \Leftrightarrow U_{BC} = U_{DC} \Leftrightarrow I_2 R_2 = I_3 R_3 \quad (3)$ <p>Dar, dacă $I_G = 0$, avem $I_1 = I_2$ și $I_4 = I_3$ și din (2) și (3) se obține</p> $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3} \text{ sau } R_1 R_3 = R_2 R_4$ <p>ceea ce reprezintă condiția de echilibru căutată.</p>	1p	
<p>În cazul punții de curent alternativ, având în vedere că legile circuitelor își păstrează forma matematică, dacă se lucrează în mulțimea numerelor complexe, condiția de echilibru devine:</p> $\underline{Z}_1 \underline{Z}_3 = \underline{Z}_2 \underline{Z}_4 \quad (4)$ <p>unde prin \underline{Z}_k am notat impedanța complexă a unui element k ($k = 1,2,3,4$) din punte.</p>	1p	
<p>Particularitatea în acest caz, constă în faptul că relația conține de fapt două condiții care trebuie îndeplinite simultan și care rezultă din egalarea părților reală și imaginară a celor doi membri ai ecuației (4). Există două condiții, pentru că nu este suficient ca punctele B și D să aibă aceeași valoare a potențialului, ci mai trebuie ca și fazele potențialelor celor două puncte să fie egale.</p>	1p	
<p>b) Transfigurând triunghiul OBC în stea rezultă schema din fig. 1, apoi fig.2., adică o punte Wheatstone.</p>		
<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="flex: 1;"> <p style="text-align: center;">$E_0 \cos \omega t, z_0$ fig.1</p> </div> <div style="flex: 1;"> <p style="text-align: center;">$E_0 \cos \omega t, z_0$ fig.2</p> </div> <div style="flex: 1; padding-left: 20px;"> <p>Condiția de echilibru este:</p> $\underline{Z}_1 \underline{Z}_C = \underline{Z}_4 (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_B)$ </div> </div>	1p	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

<p>Dar,</p> $Z_C = \frac{Z_3 Z_7}{Z_3 + Z_6 + Z_7} \text{ și}$ $Z_B = \frac{Z_3 Z_6}{Z_3 + Z_6 + Z_7}$ <p>Înlocuindu-le în condiția de echilibru, prin calcule elementare se ajunge la condiția de echilibru a punții Anderson:</p> $Z_7 (Z_1 Z_3 - Z_2 Z_4) = Z_4 [Z_6 (Z_2 + Z_3) + Z_2 Z_3]$	<p>1p</p>	
<p>În condiții de echilibru, dacă $Z_6 = 0$ și $Z_7 \rightarrow \infty$, puntea se reduce la o punte Wheatstone echilibrată.</p>	<p>1p</p>	
<p>c) i) Pierderile într-un condensator se caracterizează prin unghiul de pierderi δ, care pentru condensatorul ideal, când defazajul dintre tensiune și intensitate este 90°, este zero.</p> <p>Pentru modelul serie al condensatorului real, adică</p>  <p>Diagrama fazorială este</p>  <p>și</p> $\text{tg } \delta = \frac{U_R}{U_C} = \omega RC$ <p>Pentru modelul paralel al condensatorului real,</p>  <p>diagrama fazorială este</p>  <p>de unde</p> $\text{tg } \delta = \frac{I_R}{I_C} = \frac{1}{\omega RC}$ <p>Dacă unghiul de pierderi este mai mic, pierderile sunt mai mici, deci în primul caz, pentru R mic se obțin pierderi mici, iar în al doilea caz, pentru R mare.</p>	<p>1p</p>	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



<p>Prin urmare, pentru condensatoare cu pierderi mici se întrebuițează schema echivalentă serie, iar pentru condensatoare cu pierderi mari, schema echivalentă paralel. Așadar, în fig.3 din enunț, C_1 este un condensator cu pierderi mari, iar C_2 cu pierderi mici.</p>																																														
<p>ii) Impedanțele complexe ale celor patru ramuri ale punții Wien sunt:</p> $\underline{Z}_1 = \frac{R_1 \frac{X_{C1}}{j}}{R_1 + \frac{X_{C1}}{j}} = \frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C_1} \quad \underline{Z}_2 = R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \quad \underline{Z}_3 = R_3 \quad ; \quad \underline{Z}_4 = R_4$ <p>Înlocuind acestea în condiția de echilibru (4), rezultă</p> $\frac{R_1 R_3}{1 + j\omega R_1 C_1} = R_4 \left(R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right)$ <p>De unde rezultă ușor cele două condiții de echilibru care trebuie îndeplinite simultan:</p> $\omega^2 = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} \quad \text{și} \quad \frac{C_1}{C_2} = \frac{R_3}{R_4} - \frac{R_2}{R_1}$	1p																																													
<p>iii) Dacă $R_3 = R_4$, atunci a doua condiție de echilibru devine</p> $\frac{C_1}{C_2} = 1 - \frac{R_2}{R_1}$ <p>Care împreună cu condiția întâia permite aflarea lui C_1:</p> $C_1 = \frac{C_2}{1 + (\omega R_2 C_2)^2}$ <p>Folosind valorile din tabel se calculează pentru fiecare determinare C_1. Tabelul va arăta acum:</p> <table border="1" data-bbox="411 1355 981 1780"> <thead> <tr> <th>Nr.crt.</th> <th>C_2 (μF)</th> <th>R_2 (Ω)</th> <th>C_1 (nF)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0,022</td><td>$3,3 \cdot 10^4$</td><td>1,009</td></tr> <tr><td>2</td><td>0,047</td><td>$2,3 \cdot 10^4$</td><td>0,997</td></tr> <tr><td>3</td><td>0,068</td><td>$2 \cdot 10^4$</td><td>0,918</td></tr> <tr><td>4</td><td>0,22</td><td>10^4</td><td>1,145</td></tr> <tr><td>5</td><td>0,47</td><td>$7,3 \cdot 10^3$</td><td>1,009</td></tr> <tr><td>6</td><td>0,68</td><td>$6 \cdot 10^3$</td><td>1,033</td></tr> <tr><td>7</td><td>2,2</td><td>$3,4 \cdot 10^3$</td><td>0,995</td></tr> <tr><td>8</td><td>4,7</td><td>$2,3 \cdot 10^3$</td><td>1,019</td></tr> <tr><td>9</td><td>22</td><td>1073</td><td>1,000</td></tr> <tr><td>10</td><td>47</td><td>735</td><td>0,997</td></tr> </tbody> </table> <p>De aici se obține $\overline{C_1} = 1,0122 \text{ nF}$ și $\overline{\Delta C_1} = 0,035 \text{ nF}$. Așadar, a doua zecimală este afectată de eroare, deci $C_1 = (1,01 \pm 0,03) \text{ nF}$</p>	Nr.crt.	C_2 (μF)	R_2 (Ω)	C_1 (nF)	1	0,022	$3,3 \cdot 10^4$	1,009	2	0,047	$2,3 \cdot 10^4$	0,997	3	0,068	$2 \cdot 10^4$	0,918	4	0,22	10^4	1,145	5	0,47	$7,3 \cdot 10^3$	1,009	6	0,68	$6 \cdot 10^3$	1,033	7	2,2	$3,4 \cdot 10^3$	0,995	8	4,7	$2,3 \cdot 10^3$	1,019	9	22	1073	1,000	10	47	735	0,997	1p	
Nr.crt.	C_2 (μF)	R_2 (Ω)	C_1 (nF)																																											
1	0,022	$3,3 \cdot 10^4$	1,009																																											
2	0,047	$2,3 \cdot 10^4$	0,997																																											
3	0,068	$2 \cdot 10^4$	0,918																																											
4	0,22	10^4	1,145																																											
5	0,47	$7,3 \cdot 10^3$	1,009																																											
6	0,68	$6 \cdot 10^3$	1,033																																											
7	2,2	$3,4 \cdot 10^3$	0,995																																											
8	4,7	$2,3 \cdot 10^3$	1,019																																											
9	22	1073	1,000																																											
10	47	735	0,997																																											
Oficiu		1p																																												

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Problema 3 – Rețele de difracție	Parțial	Punctaj
<p>A. a1. Din condiția de maxim de difracție $d(\sin \theta_{inc} - \sin \theta) = m\lambda$ rezultă în condițiile problemei $m = 1$ și $\theta = -\theta_{inc}$, $2d \sin \theta_{inc} = \lambda$, de unde $d = \frac{c}{2v \sin \theta_{inc}}$. Numeric $d = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^{15} \cdot 0,08} = 1,87 \mu\text{m}$</p>	1p	4p
<p>a2. Din $2d \sin \theta = \lambda$ rezultă $2d \cos \theta \Delta \theta = \Delta \lambda$ Numeric $\Delta \lambda = 2 \cdot 1,87 \cdot 10^{-6} \cdot 0,99 \cdot \frac{\pi}{180} 5 = 0,32 \mu\text{m}$</p>	1p	
<p>B. b1. În baza figurii din text, dacă A (x_1, y_1) și B (x_2, y_2) sunt două puncte oarecare de pe rețea, diferența de drum geometric până într-un punct P (x', y') oarecare de pe ecran este: $\Delta r = AP - BP$,</p> $AP = \sqrt{L^2 + (x' - x_1)^2 + (y' - y_1)^2} \cong \sqrt{L^2 + x'^2 + y'^2 - 2(x'x_1 + y'y_1)}$ $AP = \sqrt{L^2 + x'^2 + y'^2} \sqrt{1 - \frac{2(x'x_1 + y'y_1)}{L^2 + x'^2 + y'^2}} \cong L \left(1 - \frac{x'x_1 + y'y_1}{L^2}\right)$, deoarece $x_1^2 \ll L^2, y_1^2 \ll L^2$ și $x'^2 \ll L^2, y'^2 \ll L^2$ analog $BP = L \left(1 - \frac{x'x_2 + y'y_2}{L^2}\right)$, de unde $\Delta r = \frac{x'\Delta x + y'\Delta y}{L}$.	1p	
	<p>Din condiția de maxim de interferență $\Delta r = m\lambda, m = 0,1,2 \dots$ conduce la $\frac{x'\Delta x + y'\Delta y}{L} = m\lambda$. Dar $\Delta x = n_x d$ și $\Delta y = n_y d$ astfel că $n_x x' + n_y y' = \frac{m\lambda L}{d}$. Rezultă că pentru o celulă în formă de pătrat cu latura d figura de difracție va fi tot un pătrat cu latura $\frac{\lambda L}{d}$. Dacă membrana este alungită orizontal de N ori atunci dimensiunea orizontală a "celulei" imaginii devine $\frac{\lambda L}{Nd}$. Astfel $d'_x = \frac{\lambda L}{Nd}$ și $d'_y = \frac{\lambda L}{d}$, de unde $d = \frac{\lambda L}{d'_y}$, $d = 0,1 \text{ mm}$.</p>	
<p>b2.</p> <p style="text-align: center;"> $N = \frac{\lambda L}{d'_x d} = 4$ </p>	1p	

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

<p>C.c1.</p> <p>rețeaua triunghiulară</p> <p>rețeaua triunghiulară</p> <p>rețeaua triunghiulară comprimată vertical de $\sqrt{3}$ ori transformată în rețea pătratică</p> <p>Imaginea celulei pătratice – imaginea alungită vertical de $\sqrt{3}$ ori a celulelor triunghiulare</p> <p>Imaginea de difracție a rețelei triunghiulare - obținută prin comprimarea verticală de $\sqrt{3}$ ori a imaginii rețelei pătratice</p>	<p>1p</p>	
<p>c2. $l = \frac{2\lambda L}{\sqrt{3}d}$, $l = 9,74 \text{ mm}$</p>	<p>1p</p>	
<p>Oficiu</p>		<p>1p</p>

Barem propus de:
 prof. dr. Mihail SANDU – Liceul Tehnologic de Turism, Călimănești
 prof. Liviu ARICI, Colegiul Național "Nicolae Bălcescu", Brăila
 prof. Constantin GAVRILĂ – Colegiul Național Sfântul Sava, București

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.